

Grundlagen der Elektrotechnik – Elektrostatik

Zusammenfassung: Ladungen, Kräfte, Felder

Elektrische Ladungen

- Ursprung → **Atommodell** Ladung quantisiert → **Elementarladung**
- Kräfte zwischen Ladungen → **Coulombsches Gesetz**

$$\vec{F}_{12} = \frac{Q_1 \cdot Q_2}{4\pi\epsilon \cdot r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

Elektrische Feldstärke

- Ladungen sind die Quellen des E -Felds
- Elektrisches Feld einer Punktladung

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{Q}$$

elektrische
Feldkonstante

$$\vec{E} = \frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot r^2} \cdot \frac{\vec{r}}{r}$$

$$\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \frac{\text{As}}{\text{Vm}}$$

Dielektrische Verschiebungsdichte

- *Materialgleichung* des E -Felds → **Verschiebungsdichte**
- Berechnung der Ladung innerhalb Hülle → **Satz von Gauß**

$$\vec{D} = \epsilon_0 \epsilon_r \vec{E}$$

$$Q = \oint_A \vec{D} \cdot d\vec{A}$$

05.10.2021

Zusammenfassung: Energie, Potential, Spannung

Elektrische Energie (Arbeit)

- Energie im elektrischen Feld
- Energie im Feld einer Punktladung

$$W_{12} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{F}(r) \cdot d\vec{r} = Q_P \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}(r) \cdot d\vec{r}$$

$$W_{12} = Q_P \int_{r_1}^{r_2} \frac{Q}{4\pi\epsilon \cdot r^2} \cdot dr = \frac{Q_P Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$$

Elektrisches Potential

- Energie pro Ladung \rightarrow **Potential**
- Potential einer Punktladung

$$\varphi = \frac{W}{Q_P}$$

$$\varphi(r) = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r \cdot r}$$

Elektrische Spannung

- Potentialdifferenz \rightarrow **Spannung**
- Spannung einer Punktladung

$$U_{12} = \frac{W_{12}}{Q_P} = \int_{r_1}^{r_2} \vec{E}(r) \cdot d\vec{r} = \varphi_1 - \varphi_2$$

$$U_{12} = \frac{Q}{4\pi\epsilon_0 \epsilon_r} \left[\frac{1}{r_1} - \frac{1}{r_2} \right]$$

wegunabhängig

05.10.2021

Zusammenfassung: Kondensatoren

Kapazität

- Ladung pro Spannung → **Kapazität**
- Kondensatoren

$$C = \frac{Q}{U}$$

Kugel-

$$C = 4\pi\epsilon \frac{R_a R_i}{R_a - R_i}$$

Platten-

$$C = \epsilon \frac{A}{d}$$

Zylinder-

$$C = 2\pi\epsilon \frac{l}{\ln(R_a / R_i)}$$

Energie

- gespeicherte Ladung → **Energie**

$$W = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} = \frac{1}{2} QU = \frac{1}{2} CU^2$$

Kombination

- Parallelschaltung → **$U_i = \text{const}$**
- Reihenschaltung → **$Q_i = \text{const}$**

$$C_{ges} = \sum_{i=1}^n C_i$$

n = 2:

$$C_{ges} = C_1 + C_2$$

$$\frac{1}{C_{ges}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{C_i}$$

n = 2:

$$C_{ges} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$$

05.10.2021

Grundlagen der Elektrotechnik – Gleichstrom

Zusammenfassung: Gleichstrom

Spannung • Ladungstrennung → Potentialdifferenz → **Quellenspannung** U

Strom

- Ladung pro Zeit → **Stromstärke**
- Strom pro Fläche → **Stromdichte**

$$I = \frac{\Delta Q}{\Delta t}$$

$$i(t) = \dot{q} = \frac{dq}{dt}$$

$$S = \frac{I}{A}$$

$$s = \frac{di}{dA}$$

Widerstand und Leitwert

- Spannung pro Strom → **Widerstand**
Ohmsches Gesetz
- Strom pro Spannung → **Leitwert**
- Temperaturabhängigkeit
→ **Temperaturkoeffizient**

$$R = \frac{U}{I}$$

→ **spezifischer**

$$\rho = R \frac{A}{l}$$

$$G = \frac{I}{U} = \frac{1}{R}$$

$$\kappa = G \frac{l}{A} = \frac{1}{R} \frac{l}{A}$$

$$R(\vartheta) = R_0 (1 + \alpha (\vartheta - \vartheta_0)) = R_0 (1 + \alpha \Delta T)$$

05.10.2021

Zusammenfassung: Kirchhoffsche Gesetze

Zählpfeilsysteme

- in **technischer Stromrichtung** (von + nach –) → **Strom positiv**
- von **hohem zu niedrigem Potential** (von + nach –) → **Spannung positiv**

Zählpfeile *a-priori* frei wählbar → **resultierende Vorzeichen** beziehen sich darauf

Kirchhoffsche Gesetze

- Knotenpunktregel → **Ströme**
1. Kirchhoffsches Gesetz
- Maschenregel → **Spannungen**
2. Kirchhoffsches Gesetz

$$\sum_{\text{Knoten}} I_k = 0$$

Teilstrom **addieren** wenn Zählpfeil **zum** Knoten zeigt
 n Knoten → $n - 1$ unabhängige Glg.

$$\sum_{\text{Masche}} U_k = 0$$

Teilspannung **addieren** wenn Zählpfeil **entlang** Maschenumlauf
 m Maschen, v Kanten
→ $v - (n - 1)$ unabhängige Glg.

19.10.2021

Grundlagen der Elektrotechnik – Stromkreisberechnungen

Zusammenfassung: Kombination von Widerständen, Teiler

Kombination von Widerständen

- Reihenschaltung $\rightarrow I_k = \text{const}$

$$R_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n R_i$$

$$n = 2: R_{\text{ges}} = R_1 + R_2$$

- Parallelschaltung $\rightarrow U_k = \text{const}$

$$\frac{1}{R_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i}$$

$$n = 2: R_{\text{ges}} = \frac{R_1 R_2}{R_1 + R_2}$$

Spannungs- und Stromteiler

- Spannungsteiler $\rightarrow U_k \sim R_k$
„Spannungen wie Widerstände“

$$\frac{U_1}{R_1} = \frac{U_k}{R_k} = \frac{U_{\text{ges}}}{R_{\text{ges}}}$$

$$n = 2: U_1 = \frac{R_1}{R_1 + R_2} U_{\text{ges}}$$

- Stromteiler $\rightarrow I_k \sim G_k = 1/R_k$
„Ströme wie Leitwerte“

$$\frac{I_1}{G_1} = \frac{I_k}{G_k} = \frac{I_{\text{ges}}}{G_{\text{ges}}}$$

$$n = 2: I_1 = \frac{G_1}{G_1 + G_2} I_{\text{ges}}$$

19.10.2021

Zusammenfassung: Strom- und Spannungsmessung

Messung von Spannung und Strom

- **reale Messgeräte** → **Innenwiderstand** $R_{M,A}$ (Amperemeter), $R_{M,V}$ (Voltmeter)
- **Messbereichserweiterungen**
 - Stromerweiterung $n:1$ → **Parallelwiderstand** (Shunt) $R_{N,A} = R_{M,A}(n-1)^{-1}$
 - Spannungserweiterung $n:1$ → **Vorwiderstand** $R_{N,V} = R_{M,V}(n-1)$
- **gleichzeitiges Messen von Strom und Spannung** an Widerstand R
 - Amperemeter *zuerst* (in Reihe mit R) → **stromrichtig**
Strommessfehler $\Delta I = 0$, Spannungsmessfehler $\Delta U \rightarrow 0$ für $R_{M,A} \ll R$
 - Voltmeter *zuerst* (parallel zu R) → **spannungsrichtig**
Spannungsmessfehler $\Delta U = 0$, Strommessfehler $\Delta I \rightarrow 0$ für $R_{M,V} \gg R$

19.10.2021

Zusammenfassung: Zweipoltheorie

Zweipole

- Elektrische Komponenten (Bauteile) mit **2 Anschlüssen** → **Zweipol** (Eintor)
- **Widerstände, Kondensatoren, Spulen** (R, C, L) → **passive lineare Zweipole**
- **Spannungsquellen, Stromquellen** → **aktive lineare Zweipole**

Charakterisierung

- **Belastungskennlinie** mit Widerstand R_a → **Strom-Spannungskennlinie $I(U)$**
- **Zusammenfassung** von aktiven und passiven Komponenten
→ **Ersatzschaltbild (ESB)**: Spannungsquellen- und Stromquellen-ESB
- **ESB** → **Innenwiderstand R_i** und **Quellenspannung U_0** bzw. **Quellenstrom I_0**

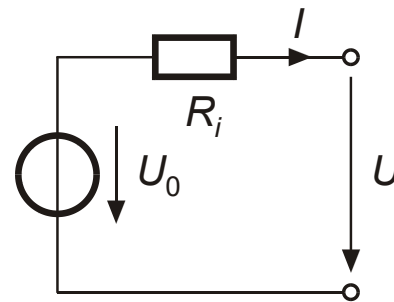
19.10.2021

Zusammenfassung: Zweipol-Ersatzschaltbilder

Ersatzschaltbilder

- Leerlauf $\rightarrow I = 0, U = U_L = U_0$
- Kurzschluss $\rightarrow U = 0, I = I_K = I_0$

Spannungsquellen-ESB

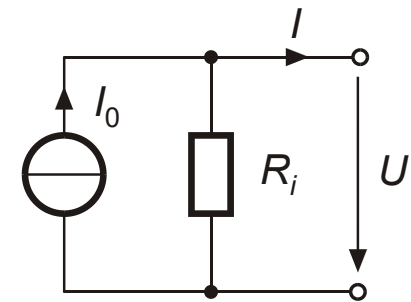


$$I_0 = \frac{U_0}{R_i}$$

$$I_K = \frac{U_L}{R_i}$$

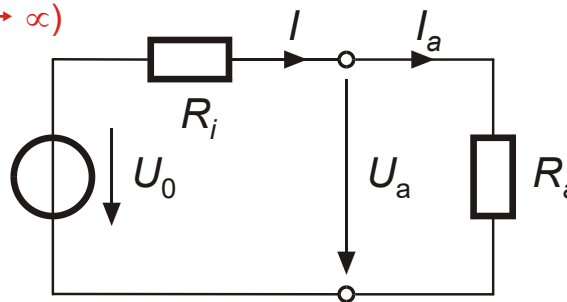
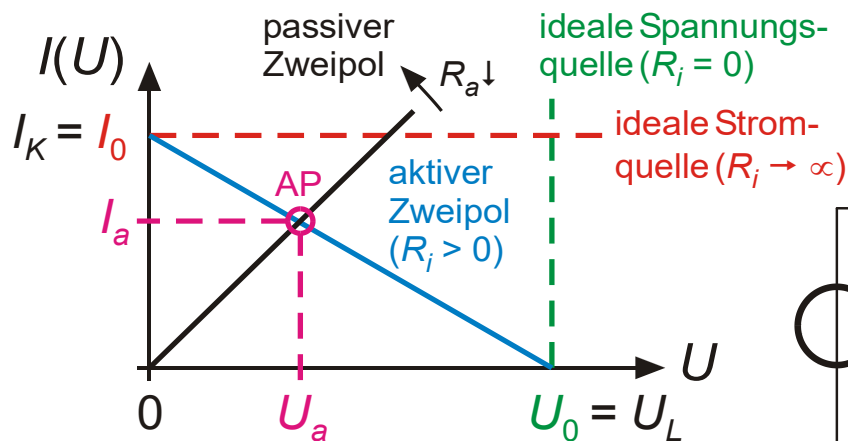
$$U(I) = U_0 - R_i I$$

Stromquellen-ESB



$$I(U) = I_0 - \frac{U}{R_i}$$

Strom-Spannungskennlinie



$$U_a = U_0 \frac{R_a}{R_i + R_a} = I_0 \frac{R_i R_a}{R_i + R_a}$$

$$I_a = \frac{U_0}{R_i + R_a} = I_0 \frac{R_i}{R_i + R_a}$$

02.11.2021

Zusammenfassung: Zweipol-Zusammenschaltung

Zusammenschaltung von aktiven linearen Zweipolen → **Superposition**

- Reihenschaltung → **Quellenspannungen addieren**

$$\begin{array}{|c|c|} \hline U_0 = \sum_k U_{0,k} & R_i = \sum_k R_{i,k} \\ \hline \end{array} \quad n = 2: \quad \begin{array}{|c|c|} \hline U_0 = U_{0,1} + U_{0,2} & R_i = R_{i,1} + R_{i,2} \\ \hline \end{array}$$

- Parallelschaltung → **Quellenströme addieren**

$$\begin{array}{|c|c|} \hline I_0 = \sum_k I_{0,k} & G_i = \sum_k G_{i,k} \\ \hline \end{array} \quad n = 2: \quad \begin{array}{|c|c|} \hline I_0 = \frac{U_{0,1}}{R_{i,1}} + \frac{U_{0,2}}{R_{i,2}} & R_i = \frac{R_{i,1} R_{i,2}}{R_{i,1} + R_{i,2}} \\ \hline \end{array}$$

mit $\begin{array}{|c|c|} \hline I_{0,k} = \frac{U_{0,k}}{R_{i,k}} & G_{i,k} = \frac{1}{R_{i,k}} \\ \hline \end{array}$

$$U_0 = \frac{U_{0,1} R_{i,2} + U_{0,2} R_{i,1}}{R_{i,1} + R_{i,2}}$$

02.11.2021

Zusammenfassung: Zweipol-Innenwiderstand

Bestimmung des Innenwiderstands R_i linearer Zweipole

- über **Belastungskennlinie** → **messtechnisches Verfahren („blackbox“)**

– an 2 Arbeitspunkten (AP) R_a variieren, $I(U)$ messen:

AP1 → $I_1(U_1)$, AP2 → $I_2(U_2)$

$$R_i = -\frac{\Delta U}{\Delta I} = \frac{U_1 - U_2}{I_2 - I_1}$$

– zweckmäßig (sofern I_K zulässig): $U_1 = U_L$ (Leerlauf), $I_2 = I_K$ (Kurzschluss)

- über **Netzwerkvereinfachung** → **rechnerisches Verfahren**

– alle (idealen) **Spannungsquellen** durch **Kurzschluss** ersetzen ($R_i = 0$)

– alle (idealen) **Stromquellen** durch **Unterbrechung** ersetzen ($R_i \rightarrow \infty$)

– verbleibendes **Widerstandsnetzwerk** schrittweise **zusammenfassen**
unter Anwendung von Reihen- und Parallelschaltungsgleichung

02.11.2021

Grundlagen der Elektrotechnik – Stromkreisberechnungen

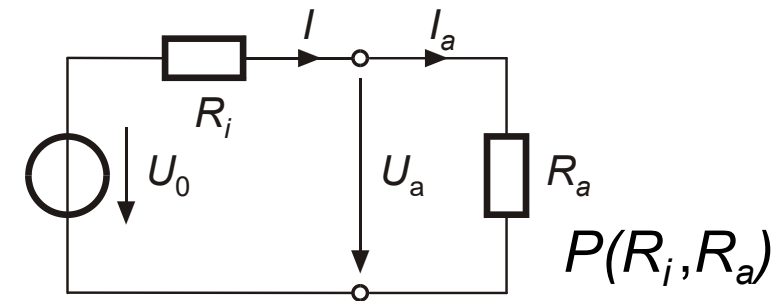
Zusammenfassung: Energie, Leistung, Anpassung, Wirkungsgrad

Energie und Leistung

- Elektrische Energie
- Elektrische Leistung

$$W = UIt = I^2Rt = \frac{U^2}{R}t$$

$$P = \frac{W}{t} = UI = I^2R = \frac{U^2}{R}$$



Leistungsanpassung

- Leistung

$$P = P(R_i, R_a)$$

Anpassung

$$P = P_{\max} = \frac{U_0^2}{4R_i} = \frac{U_0^2}{4R_a}$$

- Anpassungsverhältnis

$$\alpha = \frac{R_a}{R_i}$$

$$R_a = R_i$$

$$\alpha = 1$$

- Wirkungsgrad

$$\eta = \frac{P}{P_0} = \frac{R_a}{R_i + R_a} = \frac{\alpha}{1 + \alpha}$$

$$\eta = 0,5$$

02.11.2021

Zusammenfassung: Magnetisches Feld, Feldstärke

Elementarfelder

- Ursprung → **Atommodell** Spin (Kern, Elektronen) → **Elementarfelder**
- Magnetische Dipole → **Wechselwirkung**

Magnetische Feldstärke

- Atomare Elementarfelder oder *bewegte* Ladung sind Ursache des H -Felds
- Feldlinien *geschlossene* Kurven von N → S, H -Feld *quellenfrei* → **Wirbelfeld**
- Magnetische Feldstärke

eines vom Strom I durchflossenen geraden Leiters

$$H(r) = \frac{I}{2\pi \cdot r}$$

einer Ringspule mit N Windungen

$$H(r) = \frac{N \cdot I}{2\pi \cdot r}$$

16.11.2021

Zusammenfassung: Durchflutung

Durchflutung

- Summe aller Ströme die Fläche A durchtreten

→ **Elektrische Durchflutung**

Ringspule mit N Windungen

$$\Theta = N \cdot I$$

- allgemeiner Zusammenhang zwischen Strom und magnetischem Feld

→ **Durchflutungsgesetz**

$$\Theta = I_{\text{ein}} = \oint_S \vec{H} \cdot d\vec{s}$$

Grundlagen der Elektrotechnik – Magnetismus

Zusammenfassung: Magnetische Flussdichte, Permeabilität, Fluss

Magnetische Flussdichte

- *Materialgleichung* des H -Felds \rightarrow **Magnetische Flussdichte**

$$\vec{B} = \mu \vec{H}$$

\rightarrow **Permeabilität** $\mu = \mu_0 \mu_r$ mit

magnetische Feldkonstante

$$\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \frac{\text{Vs}}{\text{Am}}$$

Permeabilitätszahl

$$\mu_r = 1 + \chi$$

Suszeptibilität χ

Magnetischer Fluss

- Gesamtfluss innerhalb Fläche A

B homogen

\rightarrow **Magnetischer Fluss**

$$\Phi = \int_A \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

$$\Phi = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

16.11.2021

Zusammenfassung: Magnetfelder in Materie

Materie im magnetischen Feld

- kleinere Flussdichte als im Vakuum

→ **diamagnetisch**

$$\mu_r < 1 \quad \chi < 0$$

Beispiele: H₂O, Cu, N₂

- geringfügig höhere Flussdichte als im Vakuum

→ **paramagnetisch**

$$\mu_r > 1 \quad \chi > 0$$

Beispiele: Al, Pt, Luft, O₂

- viel höhere Flussdichte als im Vakuum

→ **ferromagnetisch**

$$\mu_r \gg 1 \quad \chi \gg 0$$

Beispiele: Fe, Ni, Co

Flussdichte $B(H)$ hängt typischerweise von **Vorgeschichte** ab → **Hysterese**

→ **Remanenz** $B_R = B(H=0)$, **Koerzitivfeldstärke** $H_K = H(B=0)$

Zusammenfassung: Magnetische Kräfte

Magnetische Kräfte

- Stromführender Leiter im Magnetfeld
- *Bewegte* Ladung im magnetischen Feld
→ **Lorentzkraft**

keine Kraft auf ruhende Ladung oder Bewegung in Feldrichtung

- Kraft zwischen stromführenden Leitern
Strom $\left\{ \begin{array}{l} \text{gleichlaufend} \rightarrow \text{Anziehung} \\ \text{gegenläufig} \rightarrow \text{Abstoßung} \end{array} \right.$

- Drehmoment auf Spule im Magnetfeld

vektoriell

skalar

$$\vec{F} = I \cdot (\vec{l} \times \vec{B})$$

$$F = I \cdot l \cdot B \sin \alpha$$

$$\vec{F} = Q \cdot (\vec{v} \times \vec{B})$$

$$F = Q \cdot v \cdot B \sin \alpha$$

$$F_{12} = \mu \frac{I_1 I_2}{2\pi a} l$$

Leiterlänge l
Abstand a

$$\vec{M} = N \cdot I \cdot (\vec{A} \times \vec{B})$$

$$M = N \cdot I \cdot A \cdot B \sin \beta$$

Winkel β zwischen \vec{A} und \vec{B}

30.11.2021

Zusammenfassung: Magnetischer Kreis

Magnetischer Kreis

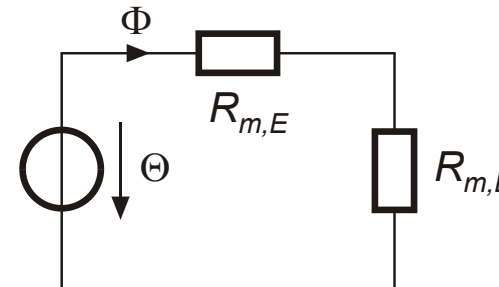
- Ohmsches Gesetz des magnetischen Kreises
→ **Magnetischer Widerstand**

$$\Theta = R_m \cdot \Phi$$

$$R_m = \frac{l}{\mu A} = \frac{l}{\mu} \frac{H}{A B}$$

- Magnetisches Ersatzschaltbild (ESB)

elektrischer Kreis	Einheit	magnetischer Kreis	Einheit	
Spannung	U	V	Durchflutung Θ	A
Strom	I	A	Fluss Φ	Vs
Widerstand	R	Ω	Widerstand R_m	A / Vs
Leitwert	G	S	Leitwert Λ	Vs / A



- Luftspalt

$$\Theta = (R_{m,E} + R_{m,L}) \cdot \Phi = \left(\frac{l_E}{\mu_r \mu_0 A} + \frac{l_L}{\mu_0 A} \right) \cdot \Phi$$

$$\Theta \approx R_{m,L} \cdot \Phi$$

- Kräfte an Grenzflächen

$$F = \frac{B^2}{2\mu_0} A$$

pro Luftspalt

für $\mu_r \frac{l_L}{l_E} \gg 1$

30.11.2021

Zusammenfassung: Induktion

Induktion

- Bewegter Leiter im Magnetfeld

$$U = (\vec{v} \times \vec{B}) \cdot \vec{l}$$

$$U = v \cdot B \sin \beta \cdot l \cos \alpha$$

- Induktionsgesetz

$$U = N \frac{d\Phi}{dt} = U_{\text{EMK}}$$

$$U = -N \frac{d\Phi}{dt} = U_{\text{ind}}$$

Zählpfeilsysteme: Spule als Generator Spule als passiver Zweipol
Ringspule mit N Windungen (Leiterschleife: $N = 1$)

- Induktionsspannung ist so gerichtet, dass der resultierende Strom der Ursache ihrer Entstehung entgegenwirkt → **Lenzsche Regel**
- Wirkung des eigenen Magnetfelds auf stromdurchflossenen Leiter (Spule) → **Selbstinduktion** → **Induktivität**

30.11.2021

Zusammenfassung: Induktivitäten

Induktivität

- Fluss pro Durchflutung → **Induktivität**
- Induzierte Spannung

$$u = L \frac{di}{dt}$$

$$L = \frac{N^2}{R_m} = \frac{N^2 \mu_r \mu_0 A}{l_E} = N^2 \frac{\Phi}{\Theta}$$

Energie

- aufgebauter Fluss → **Energie**

$$W = \frac{1}{2} LI^2 = \frac{1}{2} HBV = \frac{1}{2} \frac{V}{\mu_r \mu_0} B^2$$

Kombination

- Reihenschaltung → **$i_j = \text{const}$**
- Parallelschaltung → **$u_j = \text{const}$**

$$L_{\text{ges}} = \sum_{i=1}^n L_i$$

$$n = 2: L_{\text{ges}} = L_1 + L_2$$

$$\frac{1}{L_{\text{ges}}} = \sum_{i=1}^n \frac{1}{L_i}$$

$$n = 2: L_{\text{ges}} = \frac{L_1 L_2}{L_1 + L_2}$$

30.11.2021

Zusammenfassung: Sinusförmige Spannungen und Ströme

Kenngößen: Definitionen

- zeitlicher Verlauf → **Momentanwerte**
- Amplitude \hat{U}, \hat{I}
- Periodendauer T
- Kreisfrequenz $\omega = 2\pi f$
- Nullphasenwinkel φ_u, φ_i

$$u(t) = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

Frequenz $f = T^{-1}$

Phasenverschiebung $\varphi = \varphi_u - \varphi_i$

Kenngößen: Mittelwerte

- arithmetischer Mittelwert

$$\bar{a} = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a(t) dt = \begin{cases} 0 & \text{für AC} \\ \bar{a} & \text{für DC} \end{cases}$$

Effektivwert

$$a_{\text{eff}} = \sqrt{\frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} a^2(t) dt}$$

Gleichrichtwert

$$|\bar{a}| = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} |a(t)| dt = \frac{2}{\pi} \hat{A}$$

14.12.2021

Grundlagen der Elektrotechnik – Wechselstrom

Zusammenfassung: Komplexe Widerstände

Komplexe Drehzeiger

Spannung, Strom

$$\underline{U} = U e^{j\varphi_u}$$

$$\underline{I} = I e^{j\varphi_i}$$

$$u(t) = \text{Im}\{\underline{U} e^{j\omega t}\} = \hat{U} \sin(\omega t + \varphi_u)$$

$$i(t) = \text{Im}\{\underline{I} e^{j\omega t}\} = \hat{I} \sin(\omega t + \varphi_i)$$

$$\hat{U} = \sqrt{2} U$$

$$\hat{I} = \sqrt{2} I$$

Ohmsches Gesetz

→ **Impedanz**

→ **Admittanz**

$$\underline{Z} = \frac{\underline{U}}{\underline{I}} = \frac{U}{I} e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = Z e^{j\varphi}$$

$$\underline{Z} = R + jX$$

$$\underline{Y} = G + jB = \underline{Z}^{-1} = \frac{\underline{Z}^*}{Z^2} = \frac{1}{Z} e^{-j\varphi}$$

Widerstand R , Blindwert X
Leitwert G , Blindleitwert B

$$Z = |\underline{Z}| = \sqrt{R^2 + X^2}$$

$$Y = |\underline{Y}| = \sqrt{G^2 + B^2} = \frac{1}{Z}$$

Bauelemente R, L, C

Widerstand

$$Z_R = R$$

Induktivität

$$\underline{Z}_L = j\omega L = jX_L$$

$$\underline{Y}_L = jB_L = -j \frac{1}{\omega L} = -j \frac{1}{X_L}$$

$$Y_R = \frac{1}{R}$$

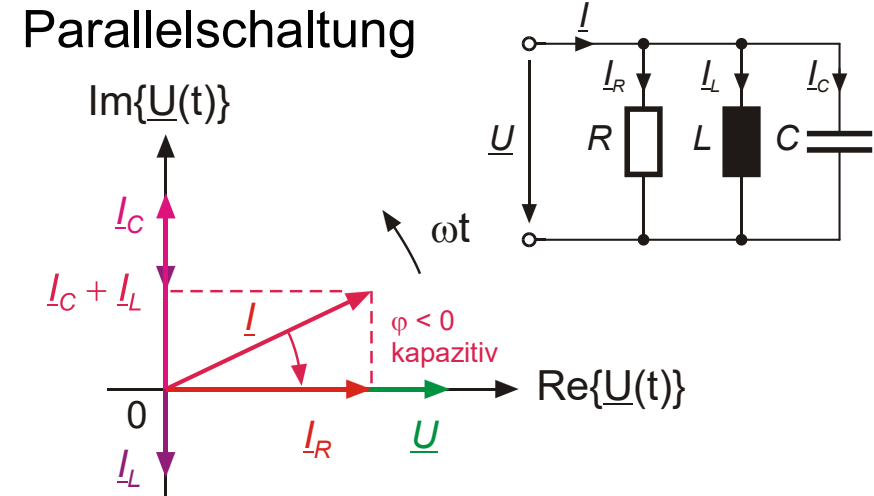
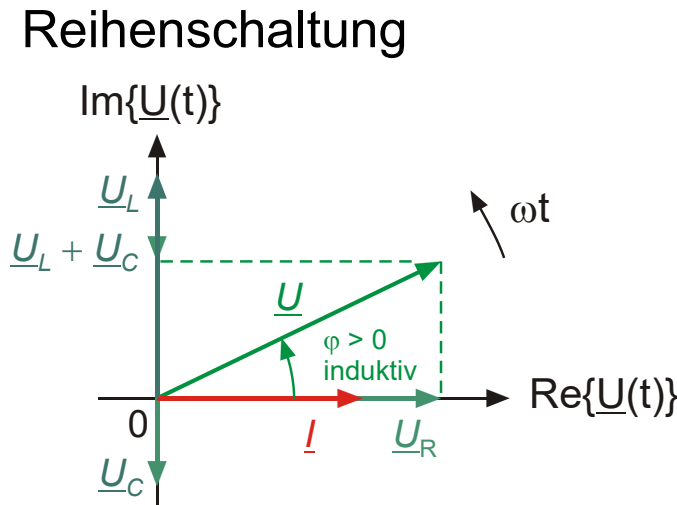
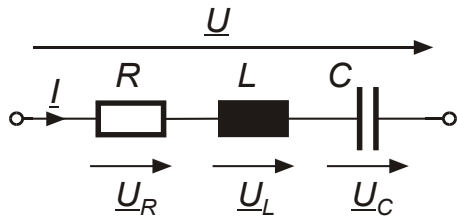
Kapazität

$$\underline{Z}_C = \frac{1}{j\omega C} = jX_C$$

$$\underline{Y}_C = jB_C = j\omega C = -j \frac{1}{X_C}$$

14.12.2021

Zusammenfassung: Komplexe Zeigerdiagramme

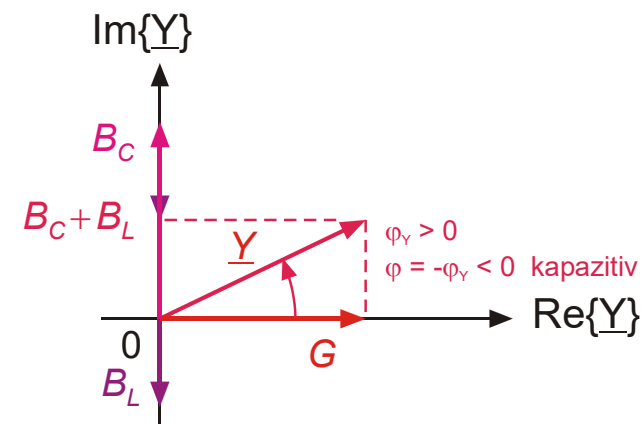
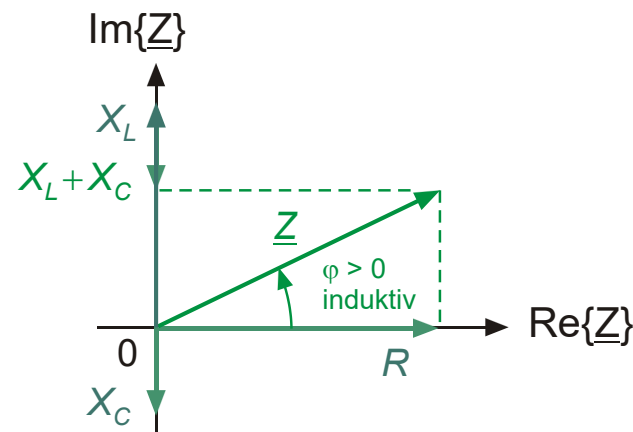


- Spannungen, Ströme

Drehzeiger, Effektivwerte

- Impedanzen, Admittanzen

Festzeiger



14.12.2021

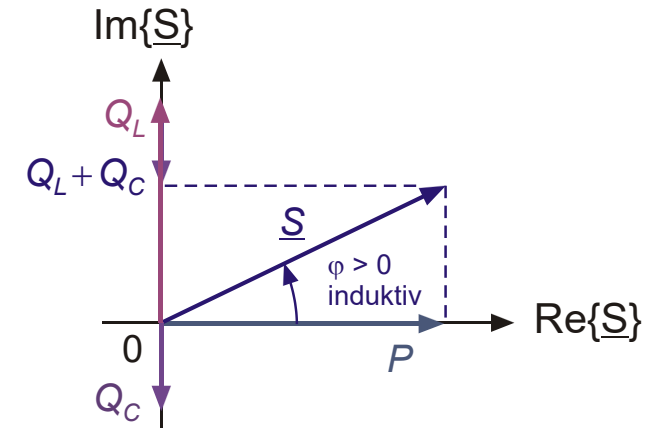
Grundlagen der Elektrotechnik – Wechselstrom

Zusammenfassung: Leistungen

Komplexe Leistung
→ **Scheinleistung**

$$\underline{S} = \underline{U} \underline{I}^* = UI e^{j(\varphi_u - \varphi_i)} = S e^{j\varphi}$$

$$S = |\underline{S}| = \sqrt{P^2 + Q^2} = UI = \frac{U^2}{Z} = I^2 Z$$



• Wirkleistung

$$P = |\underline{P}| = \sqrt{S^2 - Q^2} = S \cos \varphi$$

• Blindleistung

$$Q = |\underline{Q}| = \sqrt{S^2 - P^2} = S \sin \varphi$$

$$P = U_R I = \frac{U_R^2}{R} = I^2 R$$

Reihenschaltung

$$Q_L = U_L I = \frac{U_L^2}{\omega L} = I^2 \omega L$$

$$Q_C = U_C I = -U_C^2 \omega C = -\frac{I^2}{\omega C}$$

• Leistungsfaktor

$$\lambda = \frac{P}{S} = \cos \varphi$$

Blindfaktor

$$\beta = \frac{Q}{S} = \sin \varphi$$

14.12.2021

Zusammenfassung: Drehstromsystem

Symmetrisches Dreiphasensystem

- 3 Phasen L1, L2, L3 bezüglich Neutraleiter N → **Drehstromsystem** → **Außenleiterströme** I
→ **Sternspannungen** U_Y → **Dreieckspannungen** U_Δ zwischen Phasen

$$\begin{aligned}\underline{U}_1 &= U_Y \\ \underline{U}_2 &= U_Y e^{-j120^\circ} \\ \underline{U}_3 &= U_Y e^{-j240^\circ}\end{aligned}$$

$$\longleftrightarrow$$
$$U_\Delta = \sqrt{3} U_Y$$

$$\begin{aligned}\underline{U}_{12} &= \underline{U}_1 - \underline{U}_2 = U_\Delta e^{j30^\circ} \\ \underline{U}_{23} &= \underline{U}_2 - \underline{U}_3 = -j U_\Delta \\ \underline{U}_{31} &= \underline{U}_3 - \underline{U}_1 = U_\Delta e^{j150^\circ}\end{aligned}$$

- 3 identische Stränge mit Lastimpedanz \underline{Z} → **Strangspannungen** U_{Str} , **Strangströme** I_{Str}
→ **Sternschaltung** → **Dreieckschaltung**

$$\begin{aligned}U_{Str} &= U_Y = U_\Delta / \sqrt{3} \\ I_{Str} &= I_Y = I = U_Y Z^{-1}\end{aligned}$$

$$\longleftrightarrow$$
$$\begin{aligned}U_\Delta &= \sqrt{3} U_Y \\ I_\Delta &= \sqrt{3} I_Y\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}U_{Str} &= U_\Delta = \sqrt{3} U_Y \\ I_{Str} &= I_\Delta = I / \sqrt{3} = U_\Delta Z^{-1}\end{aligned}$$

04.01.2022

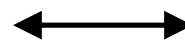
Zusammenfassung: Leistungen im Drehstromsystem

Symmetrische Lasten

- Leistung pro Strang
- Gesamtleistung

→ **Sternschaltung**

$$S_{Str} = U_{Str} I_{Str} = \frac{U_{\Delta} I}{\sqrt{3}}$$



→ **Dreieckschaltung**

$$\begin{aligned} S_Y &= 3 U_{Str} I_{Str} = 3 U_Y I_Y \\ S_Y &= 3 I_Y^2 Z = 3 \frac{U_Y^2}{Z} = \frac{U_{\Delta}^2}{Z} \end{aligned}$$

$$S_{\Delta} = 3 S_Y$$

dreifache Leistung in
Dreieckschaltung

$$\begin{aligned} S_{\Delta} &= 3 U_{Str} I_{Str} = 3 U_{\Delta} I_{\Delta} \\ S_{\Delta} &= 3 I_{\Delta}^2 Z = 3 \frac{U_{\Delta}^2}{Z} = 9 \frac{U_Y^2}{Z} \end{aligned}$$

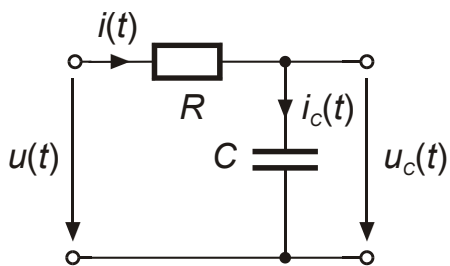
- Blindleistungskompensation

$$C_Y = \frac{Q}{3 U_Y^2 \omega}$$

$$\begin{aligned} P &= \sqrt{S^2 - Q^2} = S \cos \varphi \\ Q &= \sqrt{S^2 - P^2} = S \sin \varphi \end{aligned}$$

$$C_{\Delta} = \frac{Q}{3 U_{\Delta}^2 \omega}$$

Zusammenfassung: Schaltvorgänge an Kapazitäten



DGL: $u(t) = \tau \dot{u}_C(t) + u_C(t)$

→ **Zeitkonstante**

$$\tau = RC$$

→ **Grenzfrequenz**

$$f_g = \frac{1}{2\pi\tau}$$

Tiefpass 1. Ordnung (PT₁)

- einschalten

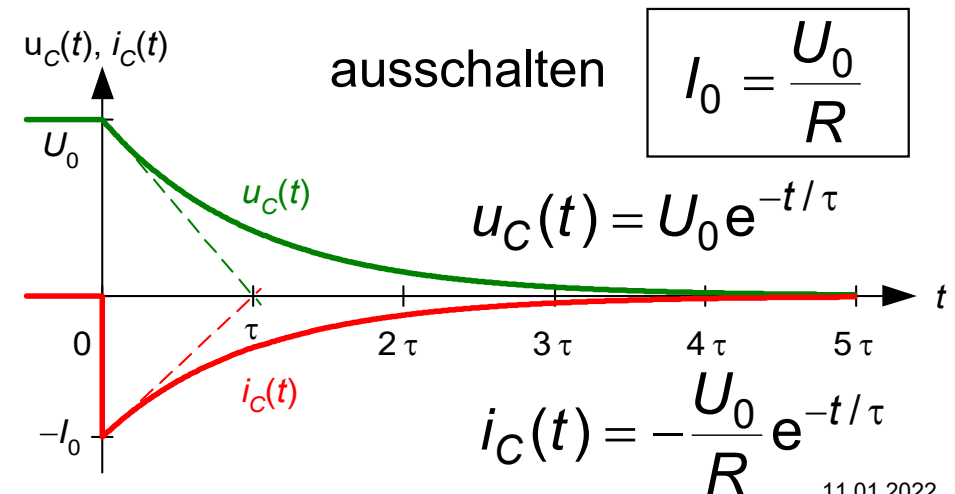
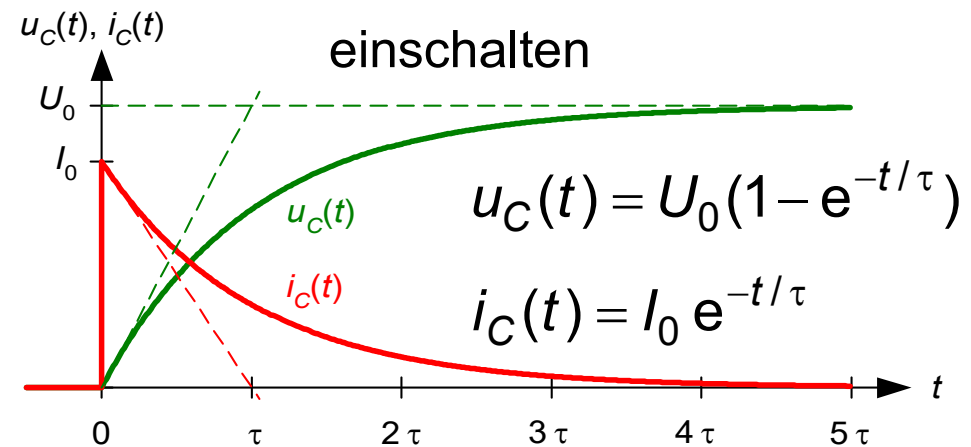
$$u(t) = \begin{cases} U_0 & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases}$$

DGL: $U_0 = \tau \dot{u}_C(t) + u_C(t) \quad \text{für } t > 0$

- ausschalten

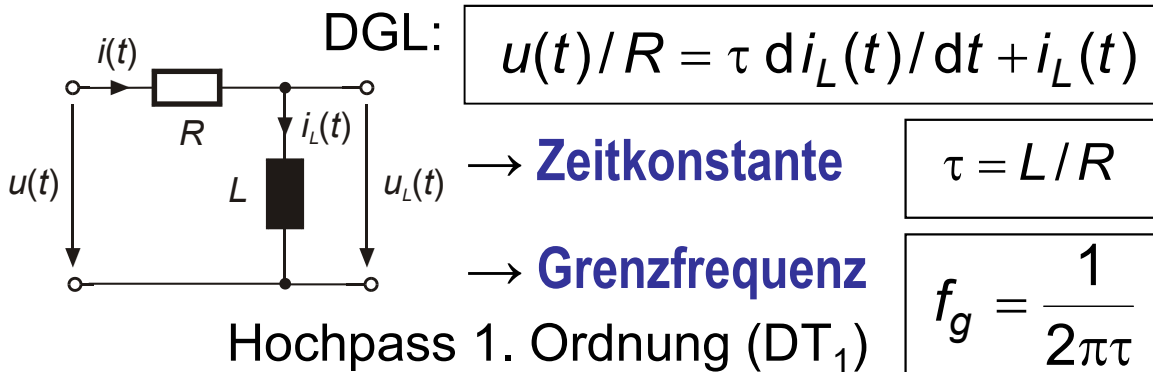
$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t > 0 \\ U_0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases}$$

DGL: $\tau \dot{u}_C(t) = -u_C(t) \quad \text{für } t > 0$



11.01.2022

Zusammenfassung: Schaltvorgänge an Induktivitäten



- einschalten

$$u(t) = \begin{cases} U_0 & \text{für } t > 0 \\ 0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases}$$

DGL:

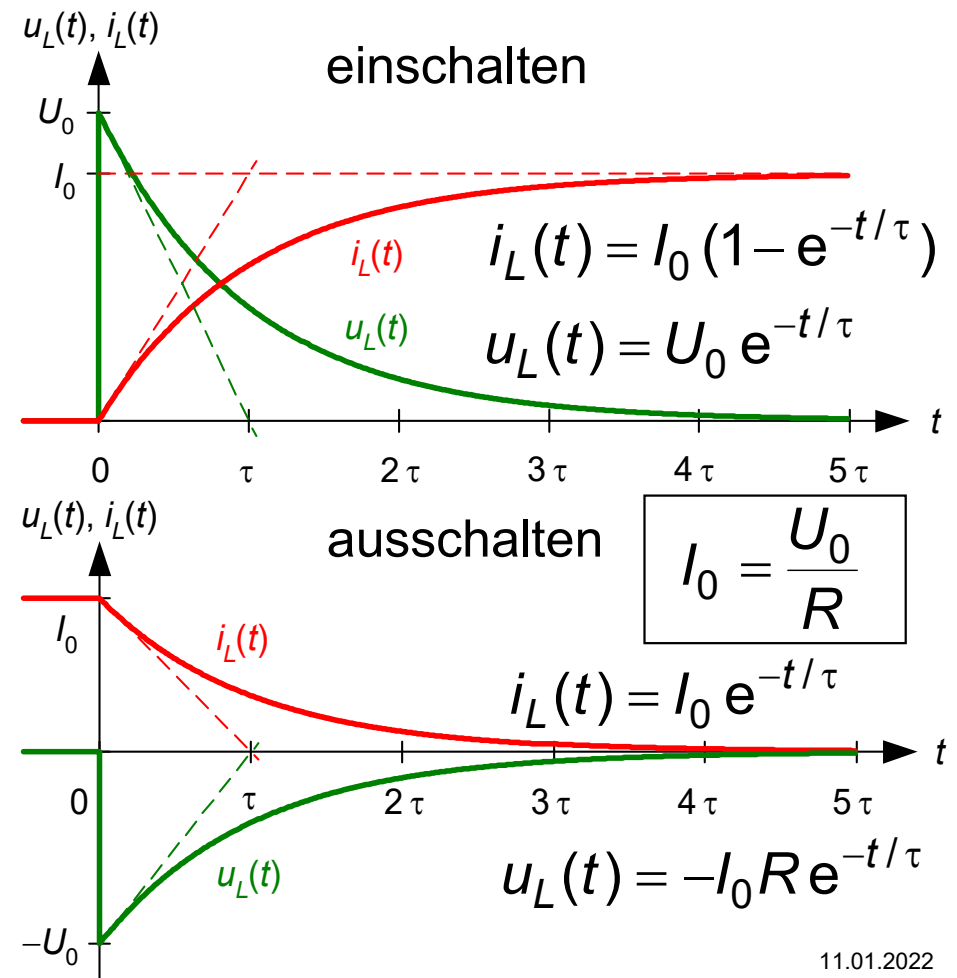
$$U_0/R = \tau di_L(t)/dt + i_L(t) \quad \text{für } t > 0$$

- ausschalten

$$u(t) = \begin{cases} 0 & \text{für } t > 0 \\ U_0 & \text{für } t \leq 0 \end{cases}$$

DGL:

$$\tau di_L(t)/dt = -i_L(t) \quad \text{für } t > 0$$



11.01.2022